Disequazioni intere

Tramite passaggi algebrici e l'applicazione del primo[1] e del secondo[2] principio di equivalenza delle disequazioni si semplificano i termini della disequazione fino ad ottenere un unico polinomio ridotto (solitamente chiamata forma normale) da cui si può dedurre il grado del polinomio stesso e quindi della disequazione.

Suddividiamo la trattazione in base al grado della disequazione.

- **Disequazioni di primo grado o Disequazioni lineari**

  La forma normale a cui si perviene è una delle seguenti:

  $$\boldsymbol{ax+b>0}$$
  $$\boldsymbol{ax+b\geq 0}$$
  $$\boldsymbol{ax+b<0}$$
  $$\boldsymbol{ax+b\leq 0} \qquad \textbf{con } \boldsymbol{a,b\ \in R}$$

  Si risolvono continuando ad applicare il primo e secondo principio di equivalenza delle disequazioni fino ad isolare la x.

- **Disequazioni di secondo grado (metodo della parabola)**

  La forma normale a cui si perviene è una delle seguenti:

  $$\boldsymbol{ax^2+bx+c>0}$$
  $$\boldsymbol{ax^2+bx+c\geq 0}$$
  $$\boldsymbol{ax^2+bx+c<0}$$
  $$\boldsymbol{ax^2+bx+c\leq 0} \qquad \textbf{con } \boldsymbol{a,b,c\ \in R, a\neq 0}.$$

  Si risolve l'equazione di secondo grado associata

  $$\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$$

  osservando in particolare il segno del delta $\Delta = \boldsymbol{b^2-4ac}$.

  Si disegna un grafico qualitativo della parabola[3] associata $\boldsymbol{y=ax^2+bx+c}$ e si deduce la soluzione della disequazione[4] osservando il **verso** della disequazione ($>, \geq, <\ opp. \leq$) e il suo **grafico**.

- **Disequazioni di secondo grado o superiore scomponibili in fattori di primo o secondo grado.**

  Tramite passaggi algebrici si scompone il polinomio in fattori di primo o secondo grado.
  Si determina poi il segno dei singoli fattori e si confrontano in un grafico prodotto per poi dedurre la soluzione della disequazione iniziale.

Disequazioni fratte

Tramite passaggi algebrici si porta la disequazione nella forma normale

$$\boldsymbol{\frac{N}{D}\geq 0} \qquad (\,oppure\ \ >,<,\leq)$$

Dove *N* e *D* sono polinomi scomposti in fattori di primo o secondo grado.
Si determina poi il segno dei singoli fattori e si confrontano in un grafico prodotto per poi dedurre la soluzione della disequazione fratta.
Si ricorda che nello studio del segno dei fattori che compongono il denominatore D non si deve mai studiare il caso $\geq$ ma soltanto $>$ in quanto un denominatore non può mai essere nullo.

NOTE

(1)

Primo principio di equivalenza delle disequazioni.

Sommando o sottraendo la stessa quantità nel primo e nel secondo membro di un disequazione si ottiene una disequazione equivalente alla precedente.

(2)

Secondo principio di equivalenza delle disequazioni

Moltiplicando o dividendo per la stessa quantità **POSITIVA** entrambi i membri di una disequazione essa rimane equivalente. Se la quantità per cui si moltiplica o divide è **NEGATIVA** la disequazione rimane equivalente se si cambia anche il **VERSO** della disequazione stessa. Non si può moltiplicare per una quantità nulla.

(3)

Per disegnare la parabola si ricordi che:

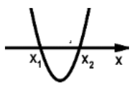
- Il **segno di a** indica la concavità della parabola:

  $\boldsymbol{a > 0}$ concavità verso l'alto 

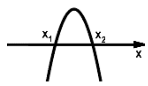
  $\boldsymbol{a < 0}$ concavità verso il basso 

- il segno del Δ indica il numero delle intersezioni della parabola con l'asse delle X e il valore delle soluzioni dell'equazione associata indica proprio la coordinata X di questi punti d'intersezione.

  - $\Delta > 0$
    l'equazione associata ha due soluzioni $x_1 \; e \; x_2$ e quindi la parabola interseca nelle due coordinate $x_1 \; e \; x_2$ l'asse X.

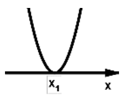
    

    $se \; a > 0$

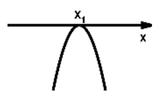
    

    $se \; a < 0$

  - $\Delta = 0$
    l'equazione associata ha una soluzione x_1 e quindi la parabola interseca nella sola coordinata x_1 l'asse X.

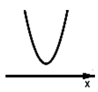
    

    $se \; a > 0$

    $se \; a < 0$

  - $\Delta < 0$
    l'equazione associata non ha soluzioni e quindi la parabola non interseca l'asse X.

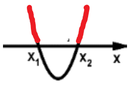
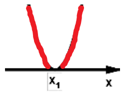
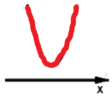
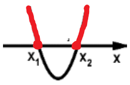
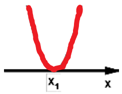
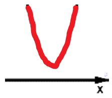
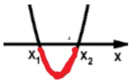
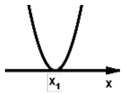
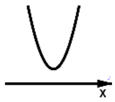
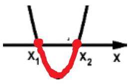
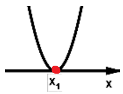
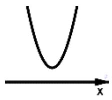
    $se \; a > 0$

    $se \; a < 0$

(4)

Per dedurre la soluzione dal grafico della parabola e dal verso della disequazione si può far riferimento alla seguente tabella (considera solo il caso a>0)

$\boldsymbol{a > 0}$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$ax^2 + bx + c > 0$	 Tutti i numeri minori di x_1 e maggiori di x_2 $x < x_1 \wedge x > x_2$	 Tutti i numeri tranne x_1 $\forall x \in R \backslash \{x_1\}$ oppure $x \neq x_1$	 Tutti i numeri $\forall x \in R$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	 Tutti i numeri minori o uguali di x_1 e maggiori o uguali di x_2 $x \leq x_1 \wedge x \geq x_2$	 Tutti i numeri $\forall x \in R$	 Tutti i numeri $\forall x \in R$
$ax^2 + bx + c < 0$	 Tutti i numeri tra x_1 e x_2 $x_1 < x < x_2$	 Nessun numero $\nexists x \in R$	 Nessun numero $\nexists x \in R$
$ax^2 + bx + c \leq 0$	 Tutti i numeri tra x_1 e x_2 estremi compresi $x_1 \leq x \leq x_2$	 Solo il numero x_1 $x = x_1$	 Nessun numero $\nexists x \in R$